

XX Konkurs Matematyczny St@ś

XIV LO im. Stanisława Staszica

Finał

6 czerwca 2022 roku

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe (przy czym może się zdarzyć, że wszystkie trzy stwierdzenia w obrębie jednego zadania są fałszywe lub wszystkie trzy są prawdziwe). Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, zakoloruj kwadrat przy literce T na karcie odpowiedzi, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, zakoloruj kwadrat przy literce N. W przypadku pomyłki błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zamaluj odpowiedni kwadrat. Jeśli uznasz, że jeszcze raz się pomyliłeś, otocz kółkiem drugie zaznaczenie i obok zapisz poprawną odpowiedź: T lub N. Nie korzystaj z korektora.

Na rozwiązanie poniższych zadań masz 90 minut. Za udzielenie poprawnych odpowiedzi na wszystkie podpunkty otrzymujesz 2 punkty, za dwie poprawne odpowiedzi 1 punkt, w pozostałych przypadkach 0 punktów. Nie możesz używać kalkulatora. Powodzenia!

- Janek dodał dwie kolejne liczby naturalne, z których mniejsza była parzysta. W wyniku tej operacji mógł otrzymać
 - 2021;
 - 2022;
 - 2023.
- W klasie 7a liczba dziewcząt stanowi $\frac{3}{4}$ liczby wszystkich uczniów. W klasie 7b liczba dziewcząt stanowi $\frac{3}{4}$ liczby chłopców. W obu klasach jest tyle samo uczniów i mniej niż 40. Wynika stąd, że
 - liczba dziewcząt w klasie 7b jest podzielna przez 3;
 - liczba chłopców w klasie 7b jest kwadratem liczby naturalnej;
 - w klasie 7a jest o czterech więcej chłopców niż w 7b.
- Istnieje graniastosłup, który ma
 - 2021 krawędzi;
 - 2022 krawędzie;
 - 2023 krawędzie.
- Liczby x i y nie są podzielne przez 3. Wówczas
 - liczba $x + y$ jest podzielna przez 3;
 - liczba $x - y$ jest podzielna przez 3;
 - liczba $(x - y)(x + y)$ jest podzielna przez 3.
- Równanie $\sqrt{x + y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ jest spełnione przez
 - pewne liczby dodatnie x i y ;
 - dowolne liczby dodatnie x i y ;
 - pewne liczby nieujemne x i y .
- Częścią wspólną dwóch trójkątów może być
 - czworokąt;
 - pięciokąt;
 - sześciokąt.
- Wśród trzech liczb a , b , c co najmniej jedna jest równa 3. Wtedy
 - zachodzi równość $(a - 3)^2 + (b - 3)^2 + (c - 3)^2 = 0$;
 - może zachodzić równość $(a - 3)^3 + (b - 3)^3 + (c - 3)^3 = 0$;
 - zachodzi równość $(a - 3)(b - 3)(c - 3) = 0$.
- Każdy trójkąt można rozciąć na skończenie wiele trójkątów
 - prostokątnych;
 - równoramiennych;
 - równobocznych.

9. Wielokąt W jest zawarty wewnątrz wielokąta Z . Wynika z tego, że
- pole $W \leq$ pole Z ;
 - obwód $W \leq$ obwód Z ;
 - jeżeli W jest wielokątem wypukłym, to obwód $W \leq$ obwód Z .
10. Istnieje wielokąt, którego liczba przekątnych jest równa
- liczbie boków;
 - podwojonej liczbie boków;
 - kwadratowi liczby boków.
11. Znając pola powierzchni wszystkich ścian prostopadłościanu, znamy też
- jego pole powierzchni całkowitej;
 - długości jego krawędzi;
 - jego objętość.
12. Wszystkie cyfry liczby dziesięciocyfrowej n są różne. Liczba n jest podzielna przez 125. Wynika z tego, że liczba n jest podzielna przez
- 375;
 - 875;
 - 1125.
13. Suma dwóch ułamków okresowych dziesiętnych
- jest liczbą wymierną;
 - ma okres długości co najwyżej takiej, jak dłuższy z okresów składników;
 - ma okres długości co najmniej takiej, jak dłuższy z okresów składników.
14. Trzy boki czworokąta wypukłego mają długość równą 1. Wynika z tego, że
- jego pole jest mniejsze lub równe 1;
 - jego pole jest mniejsze od $5/4$;
 - jego pole jest większe od $1/4$.
15. Liczba naturalna n ma dokładnie pięć dzielników naturalnych. Liczba naturalna k ma dokładnie sześć dzielników naturalnych. Wówczas liczba nk
- ma dokładnie 30 dzielników naturalnych;
 - może mieć dokładnie 14 dzielników naturalnych;
 - może mieć dokładnie 18 dzielników naturalnych.