

XXIII Konkurs Matematyczny St@ś

XIV LO im. Stanisława Staszica

Etap szkolny

9 kwietnia 2025 roku

Na rozwiązanie poniższych zadań masz 90 minut. Kolejność rozwiązywania tych zadań jest dowolna. Wszystkie zadania są jednakowo punktowane. Maksymalną liczbę punktów może uzyskać jedynie pełne rozwiązanie, z uzasadnieniem i odpowiedzią. Używanie korektora i korzystanie z kalkulatora jest niedozwolone.

1. W trójkącie równoramiennym ABC poprowadzono prostą prostopadłą do podstawy AB . Przecina ona ramię BC w punkcie E a przedłużenie ramienia AC w punkcie D . Udowodnij, że trójkąt CDE jest równoramienny.
2. Wyznacz wszystkie pary liczb całkowitych dodatnich a, b spełniających równanie $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$.
3. W klasie jest 29 uczniów, wpisanych do dziennika pod numerami od 1 do 29. Przed 6 grudnia przygotowali losy z numerami od 1 do 29, by ustalić, kto komu będzie kupował prezent mikołajkowy. Udowodnij, że iloczyn liczb będących sumami numeru ucznia i numeru z karteczki przez niego wylosowanej jest liczbą parzystą.
4. Na dwóch zegarach ze wskazówkami ustawiono aktualną godzinę w środę 9 kwietnia o 8:00. Pierwszy z zegarków spieszy się o 5 minut na dobę, a drugi spóźnia się o 15 minut na dobę. W jakim dniu i o której godzinie zegarki ponownie wskażą tę samą godzinę? Jaką godzinę będą wtedy wskazywać?
5. Nauczyciel zaczął drukować próbne arkusze maturalne jednocześnie na dwóch kserokopiarkach. Drukowanie miało się zakończyć po 50 minutach. Po 10 minutach drukowania pierwsza kserokopiarka się zepsuła, a wszystkie pozostałe arkusze zostały wydrukowane na drugiej kserokopiarce w ciągu kolejnych 60 minut. Ile minut trwałoby wydrukowanie wszystkich arkuszy na pierwszej drukarce, a ile na drugiej?

Powodzenia!