

Sprawdzian predyspozycji do klas matematycznych

XIV LO im. Stanisława Staszica w Warszawie
6 czerwca 2022 r.

-
- Poniższe zadania można rozwiązywać w dowolnej kolejności.
 - Rozwiązanie każdego zadania należy napisać na oddzielnym arkuszu papieru.
 - Wszystkie zadania są jednakowo punktowane.
 - Podanie jedynie prawidłowej odpowiedzi liczbowej nie stanowi rozwiązania zadania. Ocenie podlegać będzie tok rozumowania oraz obliczenia prowadzące do uzyskanego wyniku.
 - Czas na rozwiązanie zadań: **90 minut**.
-

1. Dane są liczby całkowite k, m takie, że liczba $8k + 9m - 5$ jest podzielna przez 17. Wyznacz resztę z dzielenia liczby $9k + 8m$ przez 17.

2. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD taki, że $|AB| > |CD|$ i $|CD| = 1$. Prosta przechodząca przez punkt C i równoległa do boku AD podzieliła ten trapez na dwa wielokąty o równych polach. Oblicz długość podstawy AB .

3. Liczby a, b, c są dodatnie i $a < b + c$. Udowodnij, że

$$\frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} < \frac{2 \cdot (b+c)}{a}.$$

4. Liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 zapisano w dowolnej kolejności jako a, b, c, d, e, f, g . Udowodnij, że liczba

$$(a+1) \cdot (b+2) \cdot (c+3) \cdot (d+4) \cdot (e+5) \cdot (f+6) \cdot (g+7)$$

jest parzysta.

5. Dany jest taki trójkąt ABC , że $|AB| = |AC|$. Na boku BC leży taki punkt D , że $|DC| = |DA|$ i $|DB| = |AB|$. Wyznacz miarę kąta ABC .