

XVIII Konkurs Matematyczny St@ś
XIV LO im. Stanisława Staszica
28 maja 2018 roku

Na rozwiązanie poniższych zadań masz 90 minut. Kolejność rozwiązywania tych zadań jest dowolna.

*Wszystkie zadania są jednakowo punktowane. Maksymalną liczbę punktów może uzyskać jedynie pełne rozwiązanie, z **uzasadnieniem i odpowiedzią**.*

Używanie korektora i korzystanie z kalkulatora jest niedozwolone.

1. W trójkącie ABC punkt K jest środkiem boku BC . Punkt L leży na boku AB i prosta CL dzieli kąt ACB na dwa równe kąty. Proste AK i CL są prostopadłe. Udowodnij, że jeden z boków trójkąta ABC jest dwa razy dłuższy od jednego z pozostałych boków.

2. Wyznacz liczbę \overline{xyzt} tak, aby

$$\overline{xyzt} + \overline{tzyx} = 6555.$$

Uwaga: Liczba \overline{xyzt} oznacza zapis liczby w układzie dziesiętnym. Liczba ta ma t jedności, z dziesiątek, y setek i x tysięcy.

3. Oblicz resztę z dzielenia liczby

$$A = 4988 + 4989 + 4990 + \dots + 5011 + 5012 + 5013$$

przez 5000.

4. Kwadrat $ABCD$ i trójkąt równoboczny CDE mają wspólny bok CD (punkt E leży na zewnątrz kwadratu). Odcinki AE i CD przecinają się w punkcie F . Oblicz miarę kąta AFC .
5. Liczby x, y, z, t spełniają warunek:

$$\frac{14x + 8y + 14z + 8t}{7x - 5y + 7z - 5t} = 4.$$

Oblicz wartość wyrażenia:

$$\frac{t + y}{x + z}.$$