

Sprawdzian predyspozycji
Czerwiec 1995

Zadanie 1

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 2x + \pi > 0$$

Zadanie 2

Wykaż, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c spełniających warunek $abc = 1$ zachodzi nierówność

$$ab + bc + ca + a + b + c \geq 6$$

Zadanie 3

Dany jest trójkąt rozwartokątny ABC . Skonstruuj kwadrat o polu równym polu danego trójkąta.

Zadanie 4

W trójkącie prostokątnym ABC wyznaczono punkt P tak, że odcinki PA, PB, PC rozcinają ABC na trzy trójkąty o równych polach. Jak wyznaczyć konstrukcyjnie punkt P ? Oblicz odległość punktu P od wierzchołka kąta prostego trójkąta ABC , jeśli przeciwprostokątna ma długość 6.

Zadanie 5

Oblicz pole trapezu (równoramienne), jeśli wiesz, że jego przekątna ma długość d oraz, że ramię trapezu widać za środka okręgu opisanego na trapezie pod kątem 60° .