Sprawdzian predyspozycji
Czerwiec 1997

Zadanie 1
Wykaż, że nie istnieją liczby całkowite dodatnie k, m, n takie, że:

a) $2k + 3m = 4n$
b) $7k + 16m = 21n$

Teza powyższego zadania jest nieprawdziwa, nie wiadomo jak brzmiało ono w oryginale.

Zadanie 2
Wykaż, że:

a) Dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność $(x + 1)^2 \geq 4x$
b) Jeżeli $0 \leq a \leq 1$ i $0 \leq b \leq 1$, to prawdziwa jest nierówność:
$$(a + b + 1)^2 \geq 4(a^{1997} + b^{1997})$$

Zadanie 3
Wykaż, że suma odległości dowolnego punktu rombu od prostych zawierających boki rombu jest stała. Oblicz tę stałą, jeżeli wiesz, że przekątne rombu mają długość 12cm i 16cm.

Zadanie 4
W trójkącie równoramiennym ABC podstawa AB ma długość 12cm. Oblicz pole tego trójkąta, jeżeli wiesz, że okrąg, którego średnicą jest wysokość CD przecina ramię BC w punkcie E tak, że CE : EB = 5 : 4.

Zadanie 5
W trójkąt ABC, taki, że bok AB ma długość a (|AB| = a) oraz wysokość CD ma długość h (|CD| = h), wpisano kwadrat KLMN tak, że wierzchołki KLMN tak, że wierzchołki K, L należą do boku AB, natomiast M należy do boku BC, N należy do AC. Oblicz pole tego kwadratu.