

# Sprawdzian predyspozycji do klas matematycznych

XIV LO im. S. Staszica w Warszawie

(3 czerwca 2019 r.)

---

## Uwagi

- Poniższe zadania można rozwiązywać w dowolnej kolejności.
- Wszystkie zadania są jednakowo punktowane.
- Podanie jedynie prawidłowej odpowiedzi liczbowej nie stanowi rozwiązania zadania. Ocenie podlegał będzie tok rozumowania oraz obliczenia prowadzące do uzyskanego wyniku.
- Czas na rozwiązywanie zadań: **90 minut**.

*Powodzenia!*

---

1. Rozstrzygnij, która liczba jest większa:  $111^{333}$  czy  $999^{222}$  ?

2. Po wykonaniu wszystkich działań liczbę

$$1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 99^{99} + 100^{100}$$

zapisano w systemie dziesiętnym, uzyskując pewną liczbę  $n$ -cyfrową. Wyznacz  $n$ .

3. Ile jest wszystkich takich par  $(i, j)$  liczb naturalnych, dla których  $1 \leq i \leq 100$ ,  $1 \leq j \leq 100$  oraz liczba  $i + j$  jest podzielna przez 3? Odpowiedź uzasadnij.

*Uwaga.*  $(1, 1)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(3, 3)$ , itd. są *parami*.

Jeśli  $i \neq j$ , to pary  $(i, j)$  oraz  $(j, i)$  traktujemy jako *różne*.

4. Dany jest kwadrat  $ABCD$ . Wewnątrz tego kwadratu wybrano taki punkt  $E$ , że trójkąt  $ABE$  jest równoboczny. Na odcinku  $AB$  wybrano taki punkt  $P$ , że  $\sphericalangle APE = \sphericalangle BPC = \alpha$ . Wyznacz miarę kąta  $\alpha$ .

5. Dany jest ostrosłup prawidłowy 100-kątny. Jaka największą liczbę krawędzi tego ostrosłupa można przeciąć płaszczyzną (czyli płaskim cięciem), która nie przechodzi przez żaden z wierzchołków ostrosłupa? Odpowiedź uzasadnij.